

дії гвинтових робочих органів з ґрунтом є недостатнім. Існуючі методи розрахунку передбачають використання гвинтових робочих органів на талих ґрунтах і не враховують особливості робіт на мерзлих ґрунтах.

Розробка відривом великого елемента від масиву ґрунту відбувається при максимальній інтенсифікації напружень розтягу ґрунту. Реалізація такого процесу виконується гвинтовим робочим органом. Процес здійснюється без динамічного впливу на ґрунт, що є визначальним фактором для виконання робіт в обмежених умовах будівництва.

Застосування гвинтового робочого органу в конструкції грейферного обладнання дозволяє не лише руйнувати масив ґрунту, а й захоплювати його. Встановлені залежності дозволяють призначати оптимальні параметри як гвинтового робочого органу, так і грейферного обладнання.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Балака М. М., Антонков М. О. Аналіз методів, засобів і технологій інтенсифікації виконання земляних робіт на мерзлих ґрунтах / Современные инновационные технологии подготовки инженерных кадров для горной промышленности и транспорта 2014 : материалы Междунар. науч.-техн. конф., 27–28 март. 2014 г. – Днепропетровск : Нац. горный ун-т, 2014. – С. 147–156.
2. Баловнев В. И., Хмара Л. А. Интенсификация разработки грунтов в дорожном строительстве. – М. : Транспорт, 1993. – 383 с.
3. Таубер Б. А. Грейферные механизмы. – М. : Машиностроение, 1985. – 272 с.
4. Пат. 75374 У Україна, МПК Е 02 F 3/413. Грейфер з приводним якорем / Заявники і патентовласники Балака М. М., Паламарчук І. А. – № у 2012 06723; заявл. 01.06.12; опубл. 26.11.12, Бюл. № 22.
5. Слободчиков В. В., Балака М. Н. Специфика физико-механических свойств мерзлых грунтов / Геология и нефтегазоносность Западно-Сибирского мегабассейна (опыт, инновации) : материалы IX Междунар. науч.-техн. конф., 10–11 дек. 2014 г. – Тюмень : Тюмен. гос. нефтегазовый ун-т, 2014. – Т. 2. – С. 150–154.
6. Пенчук В. А. Выбор рациональных режимов эксплуатации землеройных машин / Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – 2001. – № 58. – С. 40–42.

УДК 621.3.045.57

### КОНТАКТНАЯ ЖЕСТКОСТЬ РОТОРНОЙ/СТАТОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ И РАДИАЛЬНАЯ ЖЕСТКОСТЬ ПОДШИПНИКА КАЧЕНИЯ

**А.Н. Никифоров**

Кандидат технических наук, старший научный сотрудник,  
Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия, e-mail: [n.andre@mail.ru](mailto:n.andre@mail.ru)

**Аннотация.** В работе выполнена аналитическая оценка жесткостей, которые соответствуют контактам тел в роторных системах. Моделирование основано на теории Герца. В качестве примеров рассчитаны контактные жесткости для экспериментального ротора и подшипника 180018.

*Ключевые слова:* математическая модель, контактное взаимодействие двух и трех тел с цилиндрическими и сферическими поверхностями.

## CONTACT STIFFNESS OF ROTOR/STATOR SURFACES AND RADIAL STIFFNESS OF BEARING

**Andrey Nikiforov**

PhD, Senior Staff Scientist, Mechanical Engineering Research Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia, e-mail: [n.andre@mail.ru](mailto:n.andre@mail.ru)

**Abstract.** In this paper, an analytical evaluation of the stiffness that corresponds to the contacts of bodies in rotary systems is performed. The simulation is based on Hertz theory. As examples, contact stiffness is calculated for the experimental rotor and bearing 608 2RS.

*Keywords:* mathematical model, contact interaction of two and three bodies with cylindrical and spherical surfaces.

**Введение.** Общепринятая механика контактного взаимодействия тел состоит в поведении по Герцу – сила  $N$  нормального давления и сближение  $w$  двух контактирующих тел, сжимаемых этой силой, связаны соотношением:

$$N = Kw^{3/2}, \quad (1)$$

где  $K$  зависит от материалов и кривизны их поверхностей.

Оценке постоянной  $K$  посвящено множество научных трудов, например [1, 2]. В простом случае контакта между твердым шаром радиуса  $R_0$  и упругим полупространством с модулем Юнга  $E_0$ :

$$K = \frac{4}{3} E_0 \sqrt{R_0}. \quad (2)$$

**Моделирование.** При контакте двух упругих тел с искривленными поверхностями данная математическая модель, конечно, усложняется. И здесь наиболее легкий путь учета особенностей системы предусматривает подстановку в последнее выражение эффективных радиуса и модуля упругости:

$$\frac{1}{R_0} = \pm \frac{1}{R_{11}} \pm \frac{1}{R_{12}} \pm \frac{1}{R_{21}} \pm \frac{1}{R_{22}}, \quad \frac{1}{E_0} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}, \quad (3)$$

где «+» - относится к выпуклому искривлению, «-» - к вогнутому, первый индекс в радиусах  $R_{ij}$  кривизны обозначает номер тела, второй – рассматриваемую плоскость (рис.1),  $E_1$  - модуль упругости для одного тела,  $E_2$  - для другого, причем если тела из одного материала  $E_1=E_2=E$ , то  $E_0=E/2$ .

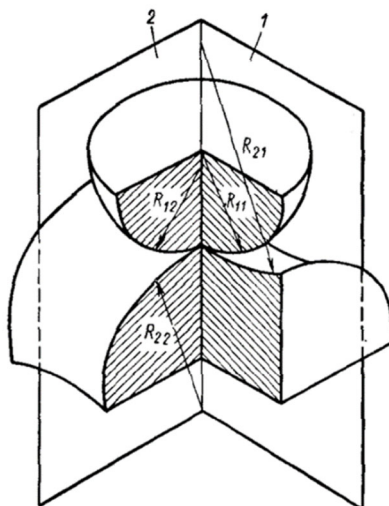


Рисунок 1 – К определению радиусов  $R_{ij}$  кривизны в случае контакта двух тел произвольной формы (ниже предполагается, что плоскость 1 перпендикулярна оси вращения ротора и подшипника качения, а плоскость 2 совпадает с этой осью)

Для контактной пары «ротор – статор», т.е. в случае двух тел, одно из которых имеет вблизи площадки контакта выпуклую образующую цилиндрическую поверхность с радиусами кривизны  $R_{11}=r$  и  $R_{12}=\infty$ , а другое – вогнутую цилиндрическую поверхность с радиусами кривизны  $R_{21}=R$  и  $R_{22}=\infty$ :

$$K = \frac{4}{3} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)^{-1} \sqrt{\left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)^{-1}}.$$

Например, для опробованной в экспериментах пары «стальной вал – бронзовая втулка подшипника скольжения» с параметрами  $r=4\text{мм}$ ,  $E_1=2.07 \cdot 10^{11}\text{Па}$ ,  $R=5\text{мм}$ ,  $E_2=1.1 \cdot 10^{11}\text{Па}$ :

$$K=1.35 \cdot 10^{10}\text{Н/м}^{3/2}.$$

Подшипник качения – это стандартное изделие, и для расчета его жесткости предложен целый ряд методик. В основном используется статическая характеристика (контактная теория Герца), которая подтверждена в трудах [3-6]. Во многих исследованиях учитывается возможность неполного контакта тел качения с кольцами [7, 8].

Для подшипника качения, т.е. в случае трех контактирующих тел типа «внутреннее кольцо – шарик/ролик – наружное кольцо» по Новикову [9]:

$$K = \frac{K_B K_H}{\left(K_B^{2/3} + K_H^{2/3}\right)^{3/2}}, \quad (4)$$

где константа  $K_B$  относится к контакту шарика/ролика с внутренним кольцом, а  $K_H$  – к контакту – с наружным кольцом.

Используя те же определения (рис.1), так что плоскость 1 поперечна оси вращения, и математическую модель (2, 3), константы  $K_B$  и  $K_H$  шарикоподшипника, могут быть выражены как:

$$K_B = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{E}\right)^{-1} \sqrt{\left(\frac{2}{D_w} + \frac{2}{D_w} + \frac{2}{D_0 - D_w} - \frac{2}{D_d}\right)^{-1}}, \quad (5)$$

$$K_H = \frac{4}{3} \left(\frac{2}{E}\right)^{-1} \sqrt{\left(\frac{2}{D_w} + \frac{2}{D_w} - \frac{2}{D_0 + D_w} - \frac{2}{D_d}\right)^{-1}},$$

где  $D_w$  - диаметр шарика,  $D_0$  - средний диаметр подшипника (диаметр окружности, проходящей через центры шариков),  $D_d$  - диаметр дорожки качения внутреннего и наружного колец.

Служащие опорами экспериментальному ротору подшипники 180018 (табл.1) также как и другие радиальные шариковые подшипники имеют глубокие дорожки качения, радиус кривизны которых близок к размеру шариков ( $D_d = 1.03 D_w$ ), что позволяет им воспринимать не только радиальные, но и осевые нагрузки.

Таблица 1 – Данные подшипника 180018 по ГОСТ 8882 (608 2RS по ISO 15:2011)

Тип	Параметр	Обозначение	Значение	Единицы
Радиальный однорядный с двусторонним уплотнением из полимера 	Внутренний диаметр подшипника	d	8	мм
	Наружный диаметр подшипника	D	22	мм
	Ширина подшипника	B	7	мм
	Число шариков	Z	7	–
	Диаметр шарика	$D_w$	3.969	мм
	Статическая грузоподъемность	$C_0$	1340	Н
	Динамическая грузоподъемность	C	3250	Н

По данным табл.1:  $D_0 = (d+D)/2 = 15$  мм и формулам (5 и 4):

$$K = 2.09 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^{3/2}.$$

Согласно (1):

$$w = N^{2/3} / K^{2/3}. \quad (6)$$

Контактная жесткость  $k_k$  поверхностей тел равна первой производной от нормальной нагрузки  $N = N(w)$  по сближению:

$$k_k = \frac{dN}{dw}. \quad (7)$$

Дифференцируя левую и правую части (6) по  $w$  и выполняя замену (7), можно найти:

$$k_k = \frac{3}{2} K^{2/3} N^{1/3}. \quad (8)$$

Так как с увеличением нормальной нагрузки  $N$  контактная жесткость (8) возрастает, то чтобы знать диапазон изменения последней, необходимо рассмотреть предельные контактные  $N_{\min}$  и  $N_{\max}$  в системе. В приложении к несущему диск экспериментальному валу, один конец которого защемлен парой шарикоподшипников с реакцией  $R_A$ , а противоположный – свободно опёрт на подшипник скольжения с малым зазором и реакцией  $R_B$ , рационально воспользоваться схемой (рис.2) и соотношениями статического нагружения упругой балки.

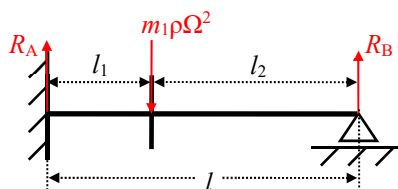


Рисунок 2 – Инерционная сила и опорные реакции экспериментального вала с диском ( $l_1 = 1/4 l$ ,  $l_2 = l - l_1$ ,  $l = 645 \text{ мм}$ ,  $r = 4 \text{ мм}$ )

На рис.2 в пролете вала отмечена сила инерции диска  $m_1 \tilde{\rho} \Omega^2$ . Её присутствие вызывает следующие опорные реакции:

$$R_A = m_1 \tilde{\rho} \Omega^2 \frac{l_2}{2l} \left( 3 - \frac{l_2^2}{l^2} \right), \quad R_B = m_1 \tilde{\rho} \Omega^2 \frac{l_1^2}{2l^2} \left( 3 - \frac{l_1}{l} \right).$$

Ясно, что к минимумам  $R_A$  и  $R_B$  будут приводить наименьшие прогиб  $\rho$  и частота  $\Omega$  безотрывного движения вала по подшипнику с зазором, т.е. самое медленное устойчивое синхронное скольжение. Максимумы  $R_A$  и  $R_B$ , конечно, будет сопровождаться аварийное обкатывание в момент потери ротором упруго-динамической устойчивости.

В соответствии с зарегистрированными опытными данными:

$$R_{A\min} = 5.15 \text{ Н} \text{ и } R_{B\min} \approx 0.48 \text{ Н} \text{ при } \tilde{\rho}_{\min} \approx 1 \text{ мм}, \Omega_{\min} \approx 2\pi \cdot 23 \text{ Гц},$$

$$R_{A\max} \approx 1628 \text{ Н} \text{ и } R_{B\max} \approx 153 \text{ Н} \text{ при } \tilde{\rho}_{\max} \approx 12 \text{ мм}, \Omega_{\max} \approx 2\pi \cdot 118 \text{ Гц}.$$

При  $K = 1.35 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^{3/2}$  и  $N = 0.48 \div 153 \text{ Н}$  соотношение (8) дает результат (в Н/м), представленный на рис.3.

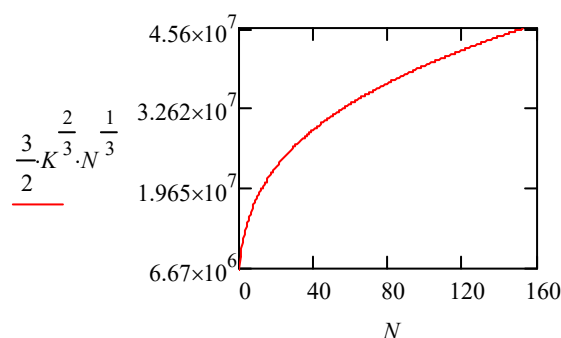


Рисунок 3 – Зависимость контактной жесткости (Н/м) экспериментальной пары «стальной вал – бронзовая втулка» от инерционной нагрузки со стороны насаженного на вал диска

При нагружении подшипника качения приложенное радиальное усилие  $R_A$  перераспределяется между телами качения (рис.4), так что в общем виде уравнение равновесия внутреннего кольца подшипника качения под нагрузкой  $R_A$  и при реакциях  $N_i$  со стороны шариков/роликов имеет вид:

$$R_A = N_0 + 2 \sum_{i=1}^p N_i \cos i\chi, \quad (9)$$

где  $\chi = 360^\circ/Z$  - угол между смежными телами качения в их общем количестве  $Z$ , причем в уравнение входят только те члены, для которых угол  $i\chi$  меньше  $90^\circ$ , так как верхняя половина подшипника не нагружена,  $i=1 \div p$  - порядковый номер шарика/ролика в нагруженной зоне при отсчитывании от направления внешней нагрузки,  $p$  - ближайшее меньшее целое, удовлетворяющее условию  $p \leq Z/4$  (за исключением не очень практического случая  $Z=3$ , тогда  $p=1$ ).

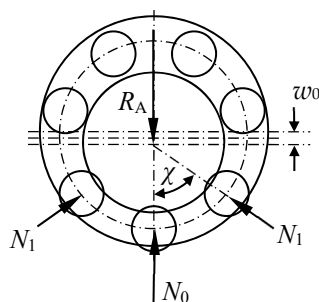


Рисунок 4 – Распределение нагрузки  $R_A$  между телами качения

Вместе с тем, во-первых, величина упругих деформаций  $w_i$  по линии, проходящей через центр  $i$ -го тела качения, представляет собой проекцию наибольшего смещения  $w_0$ ; а именно  $w_i = w_0 \cos i\chi$ . Во-вторых, по Герцу (1) нормальная реакция наиболее нагруженного шарика/ролика  $N_0 = K w_0^{3/2}$ , а

нормальная нагрузка  $N_i$  на  $i$ -ый шарик/ролик  $N_i = K w_i^{3/2}$ . Отсюда:

$$\frac{N_i}{N_0} = \left( \frac{w_i}{w_0} \right)^{3/2} \text{ или } N_i = N_0 \cos^2 \frac{3}{2} i \chi. \text{ На основании последнего соотношения}$$

уравнению равновесия (9) можно придать вид:

$$N_0 = \frac{k_z}{Z} R_A, \text{ где } k_z = \frac{Z}{1 + 2 \sum_{i=1}^p \cos^2 \frac{5}{2} 2\pi i / Z} = \text{const}.$$

Приближенные значения коэффициента  $k_z$  и отношения  $k_z/Z$ , вычисленные для ряда возможных комбинаций  $Z$  и  $p$ , приведены в табл.2.

Табл.2. Некоторые практичные значения  $k_z=k_z(Z,p)$  и процентные доли  $k_z/Z \times 100\%$  внешней нагрузки, выпадающей на шарик/ролик, расположенный напротив конца вектора приложенной радиальной силы

Z	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
p	1					2			3		
$k_z$	3	4	4.52	4.43	4.34	4.35	4.39	4.38	4.36	4.36	4.37
$k_z/Z \times 100\%$	100	100	90.4	73.8	62	54.4	48.8	43.8	39.6	36.3	33.6

Знание постоянной  $K$  подшипника и силы  $N_0$  нормального давления на его наиболее нагруженный шарик/ролик позволяет по аналогии с (8) рассчитывать радиальную жесткость подшипника качения:

$$k_b = \frac{3}{2} K^{2/3} N_0^{1/3}.$$

В частности для подшипника 180018 с  $K=2.09 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^{3/2}$  и в рассматриваемых условиях  $N_0=0.62 \times (5.15 \div 1628) \text{ Н}$  жесткостная характеристика (в Н/м) имеет вид – рис.5.

Данный график хорошо согласуется со значением полуэмпирической формулы, рекомендованной для расчетов Позняком [10]:

$$k_b = 5350 \sqrt[3]{Z^2 D_w N_0} = 5350 \sqrt[3]{7^2 \cdot 0.3969 \cdot 0.515} \approx 1.15 \cdot 10^4 \text{ кГ/см} \approx 1.15 \cdot 10^7 \text{ Н/м}.$$

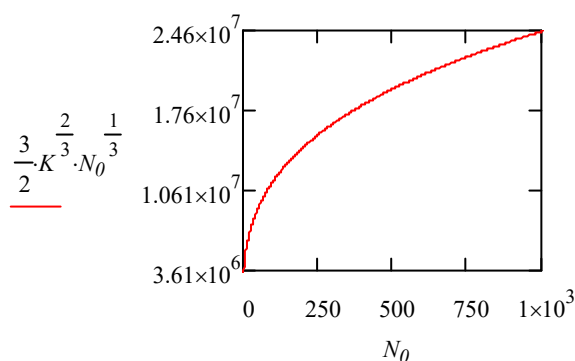




Рисунок 5 – Зависимость радиальной жесткости (Н/м) подшипника 180018 от динамической нагрузки со стороны экспериментального вала с диском

### **Выводы:**

Базовая математическая модель двух контактирующих тел (2, 3) показывает, что в случае одинаковых материалов выпуклая образующая цилиндра поверхность жестче выпуклой сферической – это в частности, а в общем – контакт согласованных (выпуклой и вогнутой) поверхностей жестче взаимодействия несогласованных (обеих выпуклых или выпуклой с плоской).

При математическом моделировании подшипника обнаруживается, что внешнюю нагрузку воспринимают меньше половины всех тел качения, причем наибольшая нагрузка приходится на шарик/ролик, расположенный напротив конца вектора приложенного усилия, и он несет нагрузку в 4÷6 раз большую средней, которая имела бы место, если бы все тела качения воспринимали нагрузку поровну.

Максимальная нагрузка со стороны экспериментального вала с диском соизмерима с грузоподъемностью его подшипника 180018 (табл.2).

### **Информация о поддержке:**

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках Федеральной целевой программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы». Соглашение о предоставлении субсидии № 075-15-2019-1865 от 02.12.2019 г. (внутренний номер соглашения: 05.607.21.0300), проект RFMEFI60719X0300.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
2. Ворович И.И., Александров В.М. Механика контактных взаимодействий. М.: Физматлит, 2001. 672 с.
3. Журавлев В.Ф., Бальмонт В.Б. Механика шарикоподшипников гироскопов. М.: Машиностроение, 1986. 272 с.
4. Галахов М.А., Бурмистров А.Н. Расчёт подшипниковых узлов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
5. Фролов А.В. Расчет жесткости шпиндельного узла на двух радиально-упорных шарикоподшипниках // СТИИ, 2006, №8. С.17-22.
6. Petersen D. et al. Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double row rolling element bearings with raceway defects. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015. Vol.50. Pp.139-160.
7. Александров И.К. Определение величины проскальзывания тела качения в шариковом подшипнике // Вестник машиностроения, 2013, №11. С.19-20.



8. Рубин А.М. Расчетная модель радиального подшипника при распределении нагрузки по телам качения // Вестник машиностроения, 2014, №2. С.49-50.
9. Новиков Л.З. Определение собственных частот колебаний электродвигателя, связанных с нелинейной упругостью подшипников // Известия академии наук СССР, ОТН Механика и машиностроение, 1961, №6. С.84-90.
10. Позняк Э.Л. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. М.: Машиностроение, 1980. Т.3, с.174.

UDC: 621.787.669

## IMPROVING THE PERFORMANCE PROPERTIES OF GEARS FOR MINING EQUIPMENT

S. Pakhomova<sup>1</sup>, R. Fakhurtdinov<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Ph.D., assistant Professor

<sup>1,2</sup>Bauman Moscow State Technical University, Russia, e-mail: <sup>1</sup>[mgtu2013@yandex.ru](mailto:mgtu2013@yandex.ru), <sup>2</sup>[ferum-2011@yandex.ru](mailto:ferum-2011@yandex.ru)

**Abstract.** Deformation hardening - important technological factor of management of carburized layer substructure. The formation of a favorable substructure - substructure with high resistance to local microplastic deformation - occurs in conditions of development of competitive processes. On a degree of their development is renders the influence of initial structural condition of a carburized layer, which, except chemical composition, is defined by technology of thermochemical treatment. To number of the factors, dependent from technology of thermochemical treatment, concern: carbon saturation in the carburized layer, the martensite morphology and carbon concentration in it, volumetric share of a redundant carbide phase and its distribution in a carburized layer.

*Keywords: deformation hardening, thermochemical treatment, carburized layer, substructure, martensite morphology, carbide phase.*

**Introduction.** To improve the performance of carburized gears, shot-impact hardening is widely used, which strengthens weak parts of the structure and thereby hinders the development of microplastic deformation in them under contact loading [1-3]. The effectiveness of shot blasting treatment (SBT) depends on the initial structural state of the carburized layer, which is determined by the carburizing technology in addition to the chemical composition of the steel. The factors that depend on the latter include: the saturation of the carburized layer with carbon; the morphology of martensite and the concentration of carbon in it; volume fraction of the excess carbide phase and its distribution over the thickness of the near-surface zone of the carburized layer.

All the above-mentioned structural characteristics, through which technological heredity manifests itself, should influence the degree of manifestation of